DP Leonis und die Lichtgeschwindigkeit
– Praktikumsaufgabe –

U. Backhaus, Universität Duisburg-Essen

7. Oktober 2015

Im Rahmen des Projektes „Planet Finders“ werden Doppelsterne beobachtet, die sich gegenseitig verfinstern. Mit Hilfe der Unregelmäßigkeiten in den beobachteten Verfinsterungszeitpunkten soll versucht werden, auf die Existenz von Planeten zu schließen, die das Doppelsternsystem umrunden.

In dieser Praktikumsaufgabe soll anhand realer Beobachtungsdaten ein wesentlicher Schritt der Datenauswertung, die Reduktion auf das Gravitationszentrum des Sonnensystems, verständlich gemacht und nachvollzogen werden. Dabei wird vereinfachend angenommen, dass sich die Erde gleichförmig auf einem heliozentrischen Kreis bewegt. Außerdem wird die Bewegung der Sonne um das Gravitationszentrum des Sonnensystems vernachlässigt.

Bei der Auswertung ergibt sich zusätzlich die Gelegenheit, die Periode des Systems recht genau selbst zu bestimmen und Römers Methode zur Messung der Lichtgeschwindigkeit nachzuvollziehen.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**

2 Ein bisschen Theorie **2**

3 Auswertung der Beobachtungsdaten **5**
3.1 Bestimmung der Periode von DP Leonis 5
3.2 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit 5
3.3 Laufzeitkorrektur der Beobachtungszeiten 7
3.4 Reduktion auf den Sonnenmittelpunkt 8

Literatur **8**

4 Anhang **9**
4.1 Informationen aus Wikipedia 9

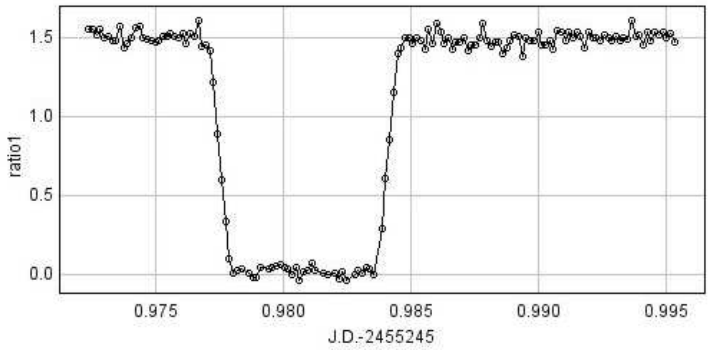

Abbildung 1: Mit den am 18. Februar 2010 aufgenommenen Bildern gewonnene Helligkeitskurve von DP Leo

1 Einleitung

Bei dem Objekt DP Leonis handelt es sich um ein Doppelsternsystem, dessen Bahnebene so gerichtet ist, dass sich die Komponenten, von der Erde aus gesehen, gegenseitig verfinstern. Bei den Komponenten handelt sich um einen weißen Zwerg und einen roten Zwerg[1]. Da der rote Zwerg sehr lichtschwach ist, ist seine Verfinsterung unbeobachtbar. Wenn aber der weiße Zwerg hinter der anderen Komponente verschwindet, fällt die Helligkeit des Systems fast auf null ab. Da der weiße Zwerg sehr klein ist, geschieht diese Helligkeitsänderung sehr schnell (Abb. 1).

Da es sich bei den beiden Komponenten um massereiche Sterne handelt, ist der gegenseitige Umlauf sehr regelmäßig. Die Verfinsterungen können also als sehr präzise kosmische Uhr verwendet werden.

Das Objekt wurde in den Jahren 2009 und 2010 von *K. Beuermann* vom Astrophysikalischen Institut der Universität Göttingen beobachtet und die Zeitpunkte der Verfinsterungen[2] sehr genau gemessen. Die Zeitpunkte dieser Verfinsterungen sind auf dem Tabellenblatt „Originalangaben“ der beiliegenden Excel-Tabelle `DPLeo-Aufgabe.xls` enthalten. Sie bilden das Material, das in dieser Aufgabe auf unterschiedliche Weise ausgewertet werden soll.

2 Ein bisschen Theorie

Wenn ein astronomisches Objekt periodisch Lichtsignale aussendet, erreichen diese Signale die Erde nicht in immer gleichen Abständen. Der dänische Astronom Ole Römer war der erste, der diesen Effekt – am Beispiel der Verfinsterungen des Jupitermondes Io – auf die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes und die Bewegung der Erde um die Sonne zurückführte. Aus der genauen Beobachtung des Effektes leitete er den ersten Wert für die Lichtgeschwindigkeit ab.

[1] Die bei Wikipedia zu findenden Informationen befinden sich im Anhang.

[2] Die angegebenen Zeiten sind die sorgfältig bestimmten Mitten der Verfinsterungen.

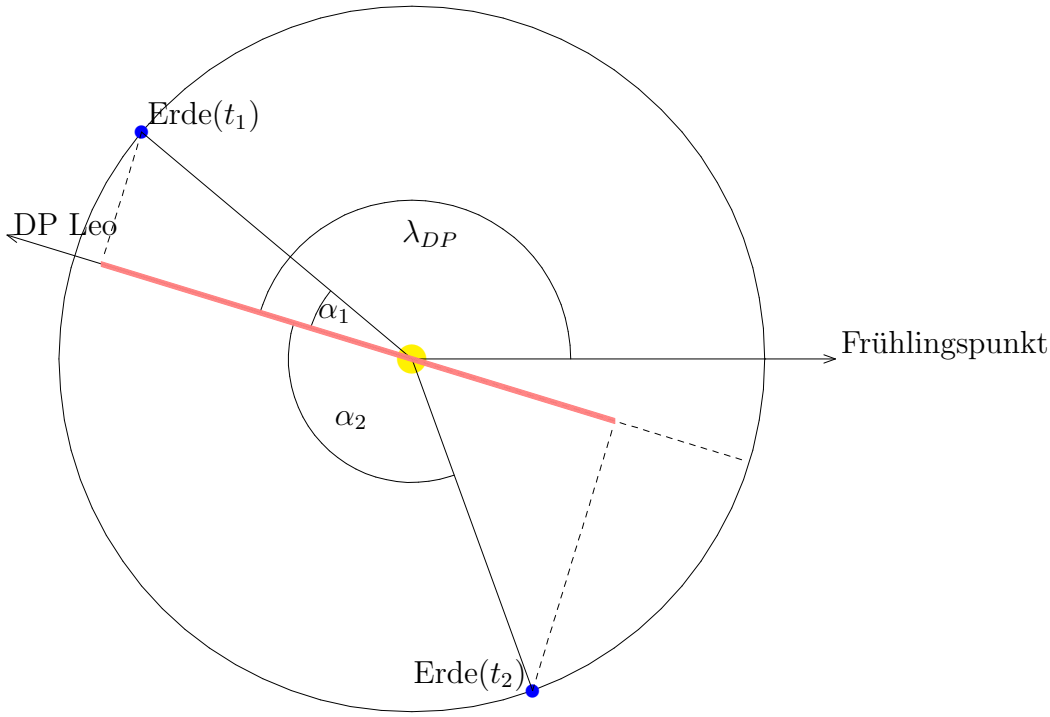

Abbildung 2: Zur Berechnung der Abstandsänderung projiziert man die Erdpositionen auf die Verbindungslinie Sonne-Stern. Die Abstandsänderung ist rot und fett hervorgehoben. Die Umlaufbahn der Erde wird als kreisförmig mit dem Radius $r = 1AE$ angenommen.

Die Bewegung der Erde um die Sonne hat zur Folge, dass sich die Entfernung zu dem beobachteten Objekt ständig ändert und dadurch die Lichtsignale unterschiedlich verzögert bei der Erde ankommen. Wenn sich die Erde von dem Objekt entfernt, braucht das Folgesignal längere Zeit, um sie zu erreichen, als das vorangegangene: Die auf der Erde *beobachtete* Periode ist größer als die tatsächliche. Und entsprechend ist die beobachtete Periode kleine als die wahre, wenn sich die Erde auf das Objekt zubewegt.

Die Änderung der Periodendauer ist klein und deshalb direkt schwierig zu messen. Wie bei einer Uhr addieren sich die Abweichungen aber im Laufe eines Halbjahres auf. Der dadurch entstehende „Gangunterschied“ kann, je nach Position des beobachteten Objektes bis auf fast 16 Minuten anwachsen.

Um diesen Effekt zur Messung der Lichtgeschwindigkeit (oder des Abstandes zwischen Erde und Sonne) nutzen oder bei der Suche nach *wahren* Schwankungen in der Periode herausrechnen zu können, muss man zu jedem Zeitpunkt die Position der Erde relativ zur Sonne und zum beobachteten Stern kennen. Dann kann man die Änderung der Entfernung zwischen zwei Beobachtungspunkten berechnen – und damit den durch die endliche Lichtgeschwindigkeit hervorgerufenen Laufzeiteffekt (Abb. 2).

Wenn man den Abstand Erde-Sonne vereinfachend als konstant ($= 1AE$) annimmt,

ergibt sich die Abstandsänderung zwischen zwei Beobachtungszeitpunkten zu (s. Abb. 2)

$$\Delta d = 1AE(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1). \tag{1}$$

Dabei sind α_1 und α_2 die von Erde und Stern bei der Sonne aufgespannten Winkel.

Wenn sich der Stern genau in der Bahnebene der Erde, der Ekliptik, befindet, lassen sich diese Winkel aus den (gegen die Richtung zum Frühlingspunkt gemessenen) ekliptikalen Längen λ berechnen:

$$\alpha = \lambda_{Erde} - \lambda_{Stern} \tag{2}$$

Andernfalls muss auch die ekliptikale Breite β des Sterns berücksichtigt werden. Dazu stellt man am besten die Positionen von Stern und Erde, genauer: die entsprechenden Richtungsvektoren $\vec{e}_{Erde}$ und $\vec{e}_{Stern}$, als rechtwinklige ekliptikale Koordinaten dar. Dabei zeigt die x-Achse zum Frühlingspunkt, die z-Achse zum Nordpol der Ekliptik:

$$\begin{aligned}
x_{Erde} &= \cos\lambda_{Erde} && (3)\\
y_{Erde} &= sin\lambda_{Erde} && (4)\\
z_{Erde} &= 0 && (5)\\
x_{Stern} &= \cos\beta_{Stern}\cos\lambda_{Stern} && (6)\\
y_{Stern} &= \cos\beta_{Stern}\sin\lambda_{Stern} && (7)\\
z_{Stern} &= \sin\beta_{Stern} && (8)
\end{aligned}$$

Dann lassen sich die Abstandsänderungen (1) mit Hilfe des Skalarprodukts berechnen:

$$\cos\alpha = \vec{e}_{Erde} \cdot \vec{e}_{Stern} \tag{9}$$

Wenn man zusammen gehörende Werte von Positionsveränderungen der Erde und Beobachtungszeitpunkten kennt und die Periode T bekannt ist, kann man, je nach Vorkenntnissen oder Interessenlage,

- bei bekannter Entfernung zwischen den beiden Erdpositionen die Lichtgeschwindigkeit berechnen,
- bei bekannter Lichtgeschwindigkeit den Abstand zwischen den beiden Erdpositionen, und damit den Bahnradius der Erde, bestimmen oder
- den Laufzeiteffekt herausrechnen, wenn sowohl die Lichtgeschwindigkeit als auch die Astronomische Einheit bekannt ist.

Im Projekt „Planet Finders“ kommt es auf die letzte dieser Alternativen an: Aus den beobachteten Finsterniszeitpunkten sollen die durch den Erdumlauf erzeugten Lichtlaufzeiteffekte herausgerechnet werden, um von den verbleibenden Unregelmäßigkeiten eventuell auf die Existenz von Planeten schließen zu können, die den beobachteten Doppelstern umrunden.

Trotzdem kann es lehrreich sein, zunächst wie Ole Römer aus den Beobachtungszeitpunkten die Lichtgeschwindigkeit abzuleiten.

3 Auswertung der Beobachtungsdaten

Für die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit muss die Periode des beobachteten Sterns sehr genau bekannt sein. Der bei Wikipedia angegebene Wert von 0.0001708 Jahren oder 0.062385 Tagen ist dafür nicht genau genug. Wie aber bestimmt man die wahre Periode, wenn die beobachtete Periode immer von Lichtlaufzeiteffekten überlagert ist?

3.1 Bestimmung der Periode von DP Leonis

Wir müssen die Periode aus den Beobachtungsdaten selbst ableiten.

Bestimmt man die Zeitdifferenzen zwischen den Verfinsterungen, stellt man fest, dass sie keineswegs in konstanten Abständen erfolgen. Es fällt jedoch auf, dass alle gemessenen Zeitintervalle ungefähr ganzzahlige Vielfache eines kleinsten gemeinsamen Teilers sind.

Aufgabe 1 Berechnen Sie aus den Verfinsterungszeiten die jeweiligen Zeitdifferenzen. Dabei fallen einige kleinste Werte auf. Bilden Sie aus diesen den Mittelwert. Er bildet den vorläufigen Schätzwert $\boldsymbol{T_{gesch}}$ für die zu ermittelnde Periode.

Aufgabe 2 Ermitteln Sie mit diesem Schätzwert die Anzahl der Perioden, die zwischen aufeinander folgenden Beobachtungen stattgefunden haben, und summieren Sie diese auf. Zwischen der ersten und der vorletzten Beobachtung sind 332 Tage vergangen, also ungefähr ein Jahr[3] Bestimmen Sie aus diesen beiden Beobachtungen den Mittelwert als bestmögliche Schätzung der Periode.

Aufgabe 3 Versuchen Sie, ausgehend vom ersten Verfinsterungszeitpunkt, die folgenden Verfinsterungen vorherzusagen, indem Sie entsprechende Vielfache der Periode hinzuaddieren. Sie werden feststellen, dass sich die beobachteten Zeitpunkte gegenüber Ihren Vorhersagen deutlich verspäten.

Berechnen Sie diese Verspätungen und stellen Sie sie grafisch dar. Versuchen Sie, Ihr Ergebnis zu deuten.

3.2 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

Da die Verzögerungen zum größten Teil auf die endliche Lichtlaufzeit zurückzuführen sind, muss es möglich sein, aus ihnen die Lichtgeschwindigkeit abzuleiten, genauer: die Laufzeit, die das Licht für das Durchlaufen der Entfernung zwischen Erde und Sonne, der so genannten **Astronomischen Einheit**, benötigt.

Aufgabe 4 Schätzen Sie zunächst die Lichtlaufzeit $\boldsymbol{dt_{Licht}}$ grob ab, indem Sie annehmen, dass die maximal auftretende Verzögerung die Zeit ist, die das Licht zum Durchlaufen des Erdbahndurchmessers benötigt.

Aufgabe 5 Verbessern Sie diese Abschätzung dadurch, dass Sie an die Verzögerungen eine Ausgleichskurve anpassen und deren Maximum bestimmen.

[3] Leider gibt es keine Beobachtungen, zwischen denen genau ein Jahr vergangen ist. Allerdings liegen die Positionen der Erde am ersten und am vorletzten Beobachtungstag fast symmetrisch zur Linie Sonne-DP Leo (s., sodass die Lichtlaufzeiten in beiden Fällen etwa gleich groß sind.

Aufgabe 6 Bisher wurde stillschweigend vorausgesetzt, dass sich der Stern in der Ekliptikebene befindet. Verbessern Sie die Abschätzung weiter, indem Sie die ekliptikale Breite von DP Leo berücksichtigen.

Die ekliptikalen Koordinaten von DP Leo sind: $\boldsymbol{\lambda_{Stern} = 163.083°}$, $\boldsymbol{\beta_{Stern} = 12.29°}$

Der so gefundene Wert weicht nur noch um etwa 5% vom korrekten Wert ab. Für einen noch besseren Wert für die Lichtgeschwindigkeit muss die Änderung des Abstandes zwischen Stern und Erde, möglichst für jeden Messzeitpunkt, genauer bestimmt werden. Dazu muss man zu den Beobachtungszeitpunkten die genaue Position der Erde auf ihrer Umlaufbahn um die Sonne kennen. Da wir vereinfachend von einem gleichförmigen Umlauf der Erde um die Sonne ausgehen, braucht man dafür nur den Zeitpunkt $\boldsymbol{t_F}$ des vorangegangenen Frühlingsanfangs zu kennen. An dem Tag betrug die *geozentrisch* ekliptikale Länge der Sonne 0°, die *heliozentrisch* ekliptikale Länge der Erde also 180°. Zu einem beliebigen Zeitpunkt beträgt dann die ekliptikale Länge der Erde

$$\lambda_{Erde}(t) = 180° + \frac{360°}{365.25d}(t - t_F) \tag{10}$$

Frühlingsanfang 2009: 20. März um 15.00 Uhr UT, JD=2454911.125

Aufgabe 7 Zur besseren Anschaulichkeit berechnen Sie nun zunächst Datum und Uhrzeit (UT) für alle Beobachtungszeitpunkte und die zugehörigen ekliptikalen Längen der Erde.

Tipps:

- Die in der Tabelle angegebenen Julianischen Daten der Verfinsterungszeitpunkte sind um 2400000 reduziert. Die Nachkommastellen geben die Uhrzeit (UT) als Bruchteile eines Tages an. *Dabei ist jedoch zu beachten, dass ein neuer Julianischer Tag um 12.00 UT beginnt.*
- Das normale Datum (Tag.Monat.Jahr) lässt sich mit Hilfe von Excel leicht aus der Zeitdifferenz gegenüber dem Frühlingsanfang berechnen. Dazu müssen die Zellen als „Datum“ formatiert sein. Eine kleine zusätzliche Schwierigkeit bietet wieder der Beginn der Julianischen Tageszählung um 12.00 Uhr UT.

Aufgabe 8 Berechnen Sie nun mit (10) die jeweiligen ekliptikalen Längen der Erde $\lambda_{Erde}(t)$ und damit nach (1)-(9) die Abstandsänderung gegenüber der ersten beobachteten Finsternis (t_0) als Vielfache der Astronomischen Einheit.

Aufgabe 9 Mit Ergebnissen der vorangegangenen Aufgabe und den bereits früher (in Aufgabe 3) berechneten Verzögerungen $t_i - (t_0 + nT)$ haben Sie zusammengehörende für Abstandsänderungen und Verzögerungen. Wenn diese Verzögerungen allein auf der Laufzeit des Lichtes beruhen, dann muss der Quotient gerade die Lichtgeschwindigkeit sein:

$$c = \frac{\Delta d}{\Delta t}. \tag{11}$$

Berechnen Sie den bestmöglichen Wert für die Lichtgeschwindigkeit in Form der Lichtlaufzeit für den Abstand Erde-Sonne.

Aufgabe 10 Versuchen Sie, aus den gemessenen *momentanen* Perioden

$$T_i = \frac{1}{n}(t_{i+1} - t_i)$$

direkt einen Wert für die Lichtgeschwindigkeit abzuleiten. Stellen Sie sie dazu zunächst grafisch dar. Bedenken Sie dann, dass sich die Erde direkt auf den Stern zubewegt, wenn $\lambda_{Erde} = \lambda_{Stern} - 90°$ ist. Entsprechend bewegt sich die Erde direkt vom Stern weg, wenn $\lambda_{Erde} = \lambda_{Stern} + 90°$ ist.

Tipp: Für diese beiden Zeitpunkte gilt

$$\left.\begin{array}{l} vT_1 = c(T - T_1) \\ vT_2 = c(T_2 - T) \end{array}\right\} \quad \Longrightarrow \quad \frac{v}{c} = \frac{T_2 - T_1}{T_1 + T_2}$$

Diese Beziehung kann auch als Ausdruck des Doppler-Effektes verstanden werden.

3.3 Laufzeitkorrektur der Beobachtungszeiten

Wenn Sie nun Lichtgeschwindigkeit und Astronomische Einheit als bekannt voraussetzen, können Sie Gleichung (11) umgekehrt verwenden, um den zwischen den Beobachtungszeitpunkten t_0 und t aufgetretenen Laufzeiteffekt zu berechnen:

$$\Delta t = \frac{\Delta d}{c} \tag{12}$$

Damit können Sie die beobachteten Verfinsterungszeiten so korrigieren, dass sie frei von diesem Laufzeiteffekt sind:

$$t_{korr_i} = t_i + \Delta t_i = t_i + \frac{1AE}{c}(\cos(\alpha(t_i)) - \cos(\alpha(t_0)) \tag{13}$$

Diese korrigierten Werte stellen hypothetische Verfinsterungszeiten dar, die man gemessen hätte, wenn sich der Abstand Erde-Stern zwischen den Beobachtungen t_0 und t_i nicht geändert hätte.

Aufgabe 11 Stellen Sie die Abweichungen der so korrigierten Messwerte von den vorhergesagten Zeitpunkten $t_0 + nT$ grafisch dar.

Betrugen die Abweichungen zunächst bis zu über 12 Minuten (s. Aufg. 3), sind sie bei Berücksichtigung der Lichtlaufzeit nach diesem einfachen Modell nur noch höchstens 30 Sekunden groß.

Die Abweichungen zwischen den Vorhersagen und den Messungen lassen sich fast vollständig mit der endlichen Lichtgeschwindigkeit erklären. Eine noch bessere Übereinstimmung ließe sich erzielen, wenn

1. *die Abweichung der Erdbewegung von einer gleichförmigen heliozentrischen Kreisbewegung und*
2. *die Bewegung der Sonne um das Gravitationszentrum des Sonnensystems*

berücksichtigt würden. Der 2. Effekt macht aber höchstens $\pm 1s$ *aus, da 99.86% der Masse des Sonnensystems in der Sonne konzentriert sind.*

3.4 Reduktion auf den Sonnenmittelpunkt

Die im vorangegangenen Abschnitt berechneten Lichtlaufzeiten lassen sich auch anders interpretieren: Korrigiert man die beobachteten Finsterniszeitpunkte statt mit (13) nur mit den zugehörigen Projektionen auf die Richtung zum Stern

$$t'_{korr_i} = t_i + \Delta t_0 = t_i + \frac{1AE}{c}\cos(\alpha(t_i)), \tag{14}$$

dann stellen die so korrigierten Werte die Zeiten dar, zu denen man *am Ort der Sonne* die Verfinsterungen beobachtet hätte. Auch diese hypothetischen Zeitpunkte sollten frei sein von den Effekten, die durch den Umlauf der Erde um die Sonne hervorgerufen werden.

Aufgabe 12 Reduzieren Sie die gemessenen Zeitpunkte auf die Sonne und stellen Sie die Abweichung dieser korrigierten Werte t_{korr} von den erwarteten, zur Anzahl der Perioden proportionalen, Zunahme $(t_0 + nT)$ grafisch dar.

Aufgabe 13 Stellen Sie die Abweichungen der gefundenen Reduktion von der von K. Beuermann berechneten grafisch dar.

Literatur

[1] Beuermann, K. et al., *The giant planet orbiting the cataclysmic binary DP Leonis*, Astronomy & Astrophysics 526, A53 (2011) (`http://www.aanda.org/articles/aa/pdf/2011/02/aa15942-10.pdf`)

[2] Backhaus, U., *Messung der Astronomischen Einheit nach Ole Römer*, Astronomisches Praktikum - Aufgaben für eine Schlechtwetter-Astronomie Universität Duisburg-Essen (`http://www.didaktik.physik.uni-duisburg-essen.de/~backhaus/astrprak/roemer.pdf`)

4 Anhang

4.1 Informationen aus Wikipedia

In der englischen Version von Wikipedia findet man die folgenden Informationen[4].

DP Leonis (abbreviated DP Leo) is an eclipsing binary system approximately 1304 light-years away from the Sun, probably a cataclysmic variable star of the AM Herculis-type also known as polars. The system comprises an eclipsing white dwarf star and red dwarf star in tight orbit (nearly 1.5 hours) and an extrasolar planet.

In 2010, Qian et al. announced the detection of a third body of planetary mass around the eclipsing binary system. The presence of a third body had already been suspected in 2002. The object is roughly 6 times more massive than Jupiter and is located 8.6 AU from the binary.

Constellation	Leo
Right ascension	11h 17m 16.00s
Declination	$+17°57m41.1s$
Apparent magnitude (V)	17.5-19
Distance	1304 ly (400 pc)
Period (P)	0.0001708 yr
Semimajor axis (a)	0.0027 AU”
Eccentricity (e)	0.0
Inclination (i)	79.5°

[4] http://en.wikipedia.org/wiki/DP_Leonis